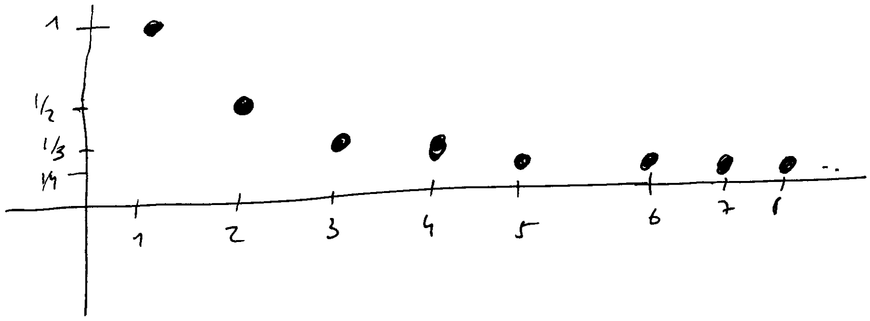
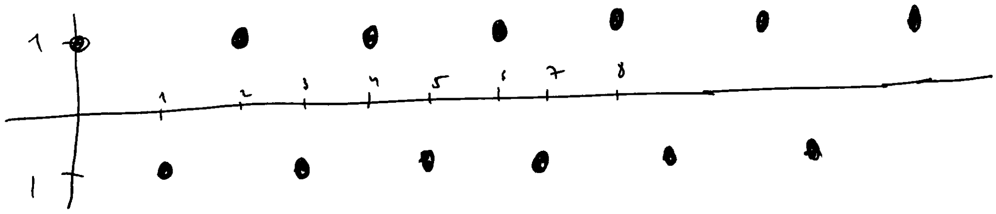
Suites :

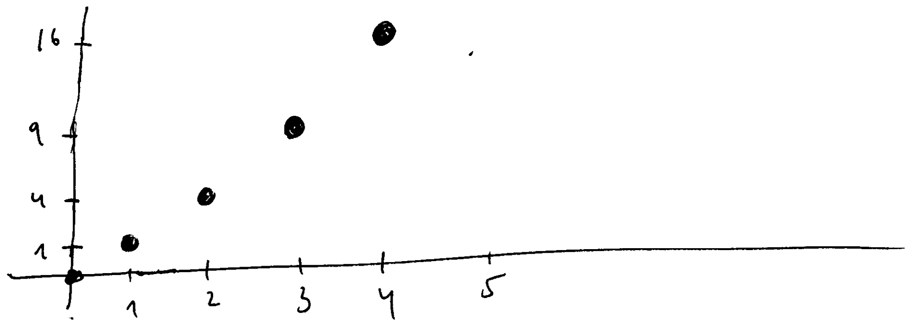
$u_n = \left(\frac{1}{n}\right)_{n \geq 1}$



$u_n = (-1)^n_{n \geq 0}$



$u_n = (n^2)$



On dit que la suite (u_n) est

- <u>Majorée</u> s'il existe $M \in \mathbb{R}$ tel que $u_n \leq M \quad \forall n$
- <u>Minorée</u> s'il existe $N \in \mathbb{R}$ tel que $u_n \geq N \quad \forall n$
- <u>Bornée</u> si la suite est à la fois majorée et minorée.
- <u>Monotone croissante</u> si $u_n \leq u_{n+1} \quad \forall n$
- <u>Monotone décroissante</u> si $u_n \geq u_{n+1} \quad \forall n$
- <u>Strictement monotone croissante</u> si $u_n < u_{n+1} \quad \forall n$
- <u>Strictement monotone décroissante</u> si $u_n > u_{n+1} \quad \forall n$

• Convergente vers $a \in \mathbb{R}$ si pour n'importe quel voisinage $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ de a, avec ε aussi petit que l'on veut, tous les termes u_n de la suite appartiennent au voisinage à partir d'un index N.

En autres termes : $(u_n) \to a$ si $|u_n - a|$ devient très très petit quand n devient très très grand.

• Divergente vers ∞. $(u_n) \to \infty$ si $\forall M>0 \exists N : n \geq N \Rightarrow u_n \geq M$

c.a.d : je peut trouver des termes u_n aussi grands comme on veut.

• Règles avec des suites convergentes

Si $(u_n) \to a$, $(v_n) \to b$, alors

$(u_n \pm v_n) \to a \pm b$, $(u_n \cdot v_n) \to a \cdot b$

$\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) \to \dfrac{a}{b}$ si $b \neq 0$.

• Règles avec ∞ et 0 (ici $K \geq 0$)

$\infty \pm K = \infty$, $\infty + \infty = \infty$, $\infty \cdot \underset{\neq 0}{K} = \infty$,

$\infty \cdot \infty = \infty$, $\dfrac{K}{\infty} = 0$, $\dfrac{K}{0} = \infty$,

$\dfrac{\infty}{K} = \infty$, $0^{\infty} = 0$

Mais faites attention!!! Très souvant on a des indeterminations

$$\infty - \infty = ? \quad , \quad 0 \cdot \infty = ? \quad , \quad \frac{0}{0} = ?$$

$$\frac{\infty}{\infty} = ? \quad , \quad 1^{\infty} = ? \quad , \quad \infty^{0} = ?$$

Examples importantes :

$$\frac{K^n}{n^p} \longrightarrow \infty \quad , \quad \left(\text{autrement dit : } \frac{n^p}{K^n} \longrightarrow 0 \right) ,$$

$$\frac{n!}{K^n} \longrightarrow \infty \quad , \quad \left(\text{autrement dit : } \frac{K^n}{n!} \longrightarrow 0 \right)$$

Important :

- (u_n) monotone croissante et majorée $\Longrightarrow$ convergente
- (u_n) monotone décroissante et minorée $\Longrightarrow$ convergente